Mit dem Rechenschieber zum Mun

Gigo

11. Mai 2016

1 Physikalische Gesetze

1.1 Die Kepler'schen Gesetze

1.1.1 Das erste Kepler'sche Gesetz

> Die Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen, in deren einem gemeinsamen Brennpunkt die Sonne steht.

Dieses Gesetz lässt sich ebenfalls auf das System Erde übertragen. Frei angepasst müsste es hier lauten:

> Alle nicht angetriebenen Objekte bewegen sich auf elliptischen Bahnen, in deren gemeinsamen Brennpunkt der Schwerpunkt der Erde steht.

Selbstverständlich gilt dieses Gesetz nur in gewissen Einschränkungen:

- Besagte Objekte müssen eine deutlich geringere Masse als die Erde aufweisen. Der Mond kann in akzeptabler Näherung als eine Obergrenze dafür angesehen werden.
- Besagte Objekte dürfen nicht zu schnell sein. Per Definition setzen wir die Obergrenze für die Gesamtenergie, mit der das Objekt weiterhin die Erde umkreist als $E_{ges} = 0$.

Besagte Objekte werden unter dem Begriff der Satelliten zusammengefasst.

1.1.2 Das dritte Kepler'sche Gesetz

> Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben der großen Bahnhalbachsen.

Auch hier lässt sich dieses Gesetz für alle Satelliten der Erde mit der Umlaufzeit T und der Halbachse a anwenden:

$$\frac{T^2}{a^3} = C_E \tag{1}$$

Dabei ist C_E die Kepler'sche Konstante des Erdsystems. Dieser lässt sich wie folgt berechnen:

$$C_E = \frac{4\pi^2}{G(M+m)} \tag{2}$$

mit den Massen für Erde respektive dem Satelliten. Da die Masse des Satelliten, in unserem Fall des Raumschiffs, verglichen mit der Erdmasse nicht ins Gewicht fallen dürfte, können wir C_E ohne Berücksichtigung der Masse des Raumschiffs ausreichend genau annähern:

$$C_E \approx \frac{4\pi^2}{GM} \tag{3}$$

1.2 Das Newton'sche Gravitationsgesetz

Zwei massebehaftete Körper wirken gegenseitig aufeinander eine Kraft F_G aus, die sich nach Newton aus den Massen m_1 und m_2 der beiden Körper sowie dem Abstand r wie folgt berechnet:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{4}$$

Dabei ist G die allgemeine Gravitationskonstante:

$$G = 6{,}67408 \cdot 10^{-11}\frac{m^3}{kg \cdot s^2} \tag{5}$$

Auf einen so massereichen Körper wie die Erde wirkt bewirkt durch die Gravitationskraft eines vergleichsweise kleinen Raumschiffs eine vernachlässigbar kleine Beschleunigung. Umgekehrt wird aber die vom Betrag gleiche Kraft auf das Raumschiff eine deutlich größere Beschleunigung bewirken.

Vereinfacht man die Formel für einen Körper der Masse m im System der Erde mit der Masse m_E, so gilt:

$$F_{GE}(m,r) = Gm_E \cdot \frac{m}{r^2} \tag{6}$$

$$m_E = 5,974 \cdot 10^{24} kg \tag{7}$$

1.3 Kreisbewegung

Eine stabile Kreisbewegung kann dann erreicht werden, wenn es eine stets senkrecht zu der Bewegung mit der Geschwindigkeit v stehende Kraft F_Z, genannt Zentripetalkraft gibt, für die gilt:

$$F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r} \tag{8}$$

1.4 Energieformen

Zwei Energieformen sind für unsere Berechnungen relevant. Die durch die Bewegung gegebene kinetische Energie berechnet sich aus der Geschwindigkeit v und der Masse m durch:

$$E_{kin} = \frac{mv^2}{2} \tag{9}$$

Ebenfalls ist die potentielle Energie nötig. Diese berechnet sich für einen Körper der Masse m aus der Entfernung r vom Erdmittelpunkt durch:

$$E_{pot} = -Gm_E\frac{m}{r} \tag{10}$$

2 Das Kerbin-System

2.1 Kerbin

Masse M

$$M = 5,292 \cdot 10^{22} kg \tag{11}$$

Radius r_K

$$r_K = 600,0 km \tag{12}$$

2.2 Mun

Masse m

$$m = 9.760 \cdot 10^{20} kg \tag{13}$$

Radius r_M

$$r_M = 200,0 km \tag{14}$$

Abstand zu Kerbin $a_K M$

$$a_{KM} = 12,00 \cdot 10^3 km \tag{15}$$